

高密度物質の状態方程式と コンパクト天体への応用

富樫 甫 (九州大学)

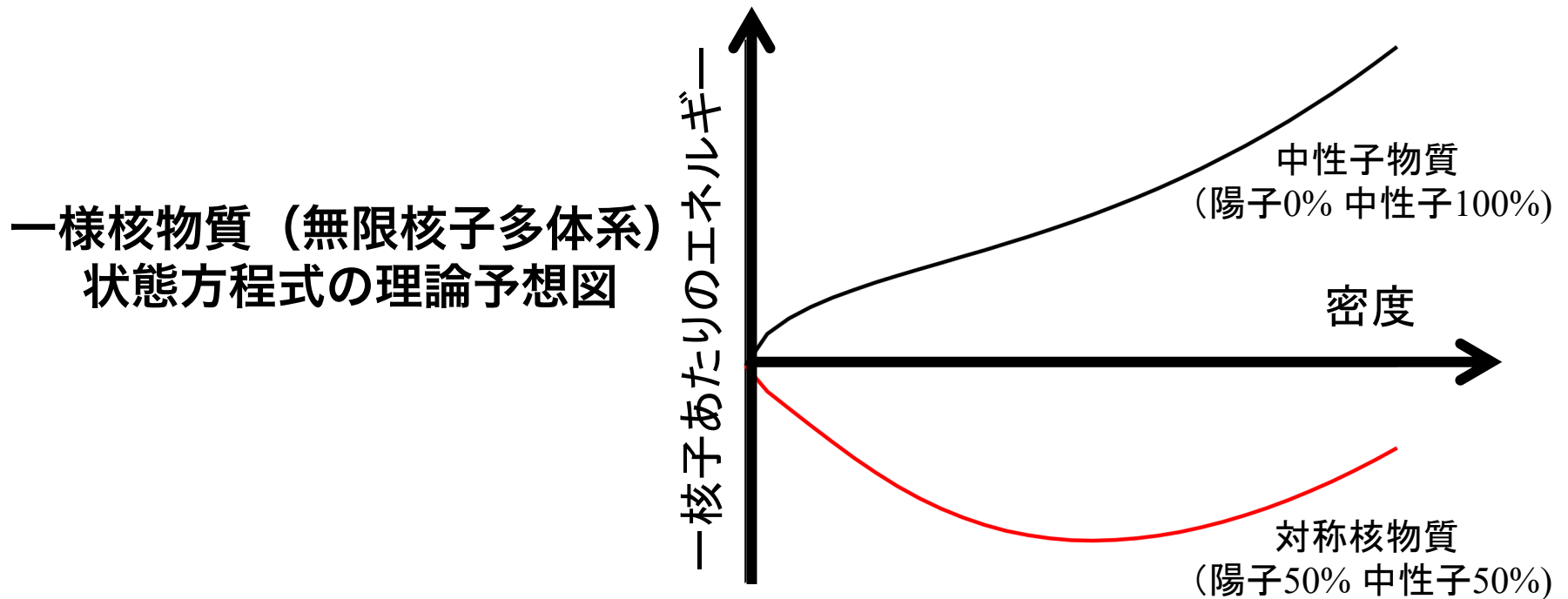
これまでご協力いただいた方々

鷹野正利	山田勝美	住吉光介	中里健一郎	鈴木英之	
古澤峻	長倉洋樹	山田章一	神沢弘明	竹原裕太	山室早智子
飯田圭	親松和浩	祖谷元	滝脇知也	松古栄夫	
G. Baym	初田哲男	古城徹	肥山詠美子	山本安夫	

Introduction

状態方程式 (Equation of State: EOS)

- 圧力 (または一核子あたりのエネルギー) と密度、温度、粒子組成との関係式



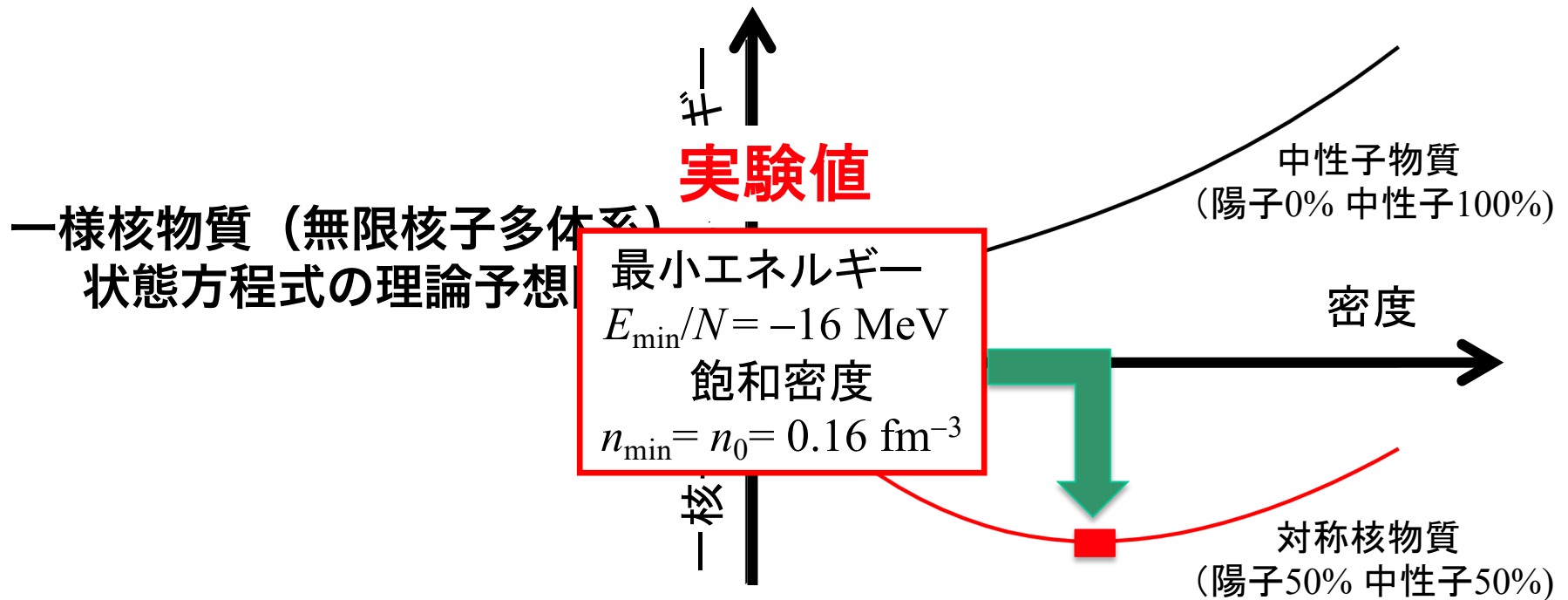
状態方程式の求め方

- ①正しい相互作用を用いて、直接多体計算を行う。(第一原理計算)
- ②簡単なモデルを作り、そのモデルを基に研究を行う。(現象論的手法)

Introduction

状態方程式 (Equation of State: EOS)

- 圧力 (または一核子あたりのエネルギー) と密度、温度、粒子組成との関係式



状態方程式の求め方

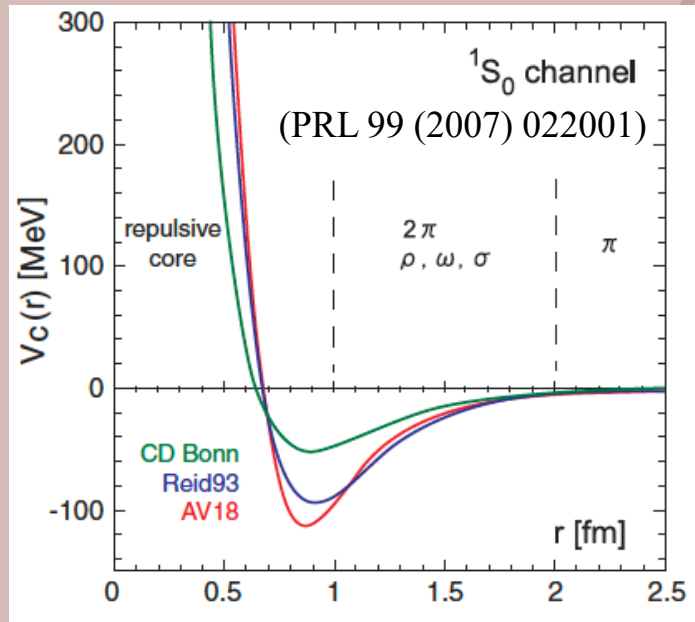
- ①正しい相互作用を用いて、直接多体計算を行う。(第一原理計算)
- ②簡単なモデルを作り、そのモデルを基に研究を行う。(現象論的手法)

Introduction

状態方程式 (Equation of State: EOS)

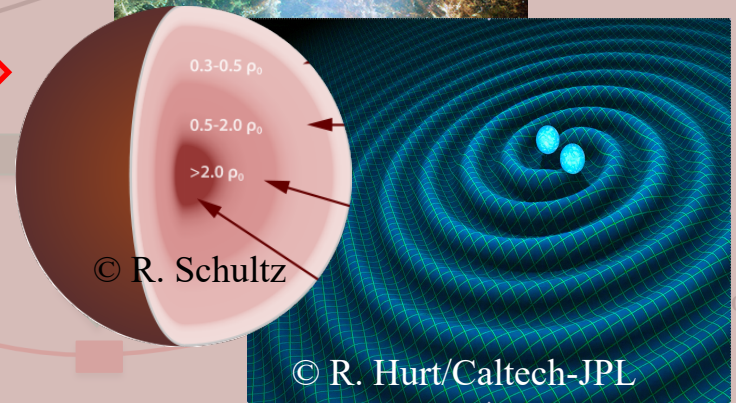
高密度核物質の「硬さ」の起源は核力の近距離斥力

高密度天体現象を理解する鍵



核物質
中性子100%

EOS



状態方程式の求め方

- ①正しい相互作用を用いて、直接多体計算を行う。(第一原理計算)
- ②簡単なモデルを作り、そのモデルを基に研究を行う。(現象論的手法)

超新星爆発計算に適用可能な核物質状態方程式

(Rev. Mod. Phys. 89 (2017) 015007)

Model	Nuclear Interaction	Degrees	M_{\max}	$R_{1.4M_{\odot}}$	Ξ	publ.	References
現象論的模型 (Skyrme or RMF model)							
H&W	SKa						randt (1980); Hillebrandt <i>et al.</i> (1984)
LS180	LS180	$n, p, \alpha, (A, Z)$	1.84	12.2	0.27	y	Lattimer and Swesty (1991)
LS220	LS220	$n, p, \alpha, (A, Z)$	2.06	12.7	0.28	y	Lattimer and Swesty (1991)
LS375	LS375	$n, p, \alpha, (A, Z)$	2.72	14.5	0.32	y	Lattimer and Swesty (1991)
STOS	TM1	$n, p, \alpha, (A, Z)$	2.23	14.5	0.26	y	Shen <i>et al.</i> (1998); Shen <i>et al.</i> (1998, 2011)
FYSS	TM1	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.22	14.4	0.26	n	Furusawa <i>et al.</i> (2013b)
HS(TM1)	TM1*	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.21	14.5	0.26	y	Hempel and Schaffner-Bielich (2010); Hempel <i>et al.</i> (2012)
HS(TMA)	TMA*	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.02	13.9	0.25	y	Hempel and Schaffner-Bielich (2010)
HS(FSU)	FSUgold*	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	1.74	12.6	0.23	y	Hempel and Schaffner-Bielich (2010); Hempel <i>et al.</i> (2012)
HS(NL3)	NL3*	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.79	14.8	0.31	y	Hempel and Schaffner-Bielich (2010); Fischer <i>et al.</i> (2014a)
HS(DD2)	DD2	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.42	13.2	0.30	y	Hempel and Schaffner-Bielich (2010); Fischer <i>et al.</i> (2014a)
HS(IUFSU)	IUFSU*	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	1.95	12.7	0.25	y	Hempel and Schaffner-Bielich (2010); Fischer <i>et al.</i> (2014a)
SFHo	SFHo	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.06	11.9	0.30	y	Steiner <i>et al.</i> (2013a)
SFHx	SFHx	$n, p, d, t, h, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.13	12.0	0.29	y	Steiner <i>et al.</i> (2013a)
SHT(NL3)	NL3	$n, p, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.78	14.9	0.31	y	Shen <i>et al.</i> (2011b)
SHO(FSU)	FSUgold	$n, p, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	1.75	12.8	0.23	y	Shen <i>et al.</i> (2011a)
SHO(FSU2.1)	FSUgold2.1	$n, p, \alpha, \{(A_i, Z_i)\}$	2.12	13.6	0.26	y	Shen <i>et al.</i> (2011a)

+ Nuclear EOS tables based on the Liquid drop model with **Skyrme interaction** by A. S. Schneider (2017)

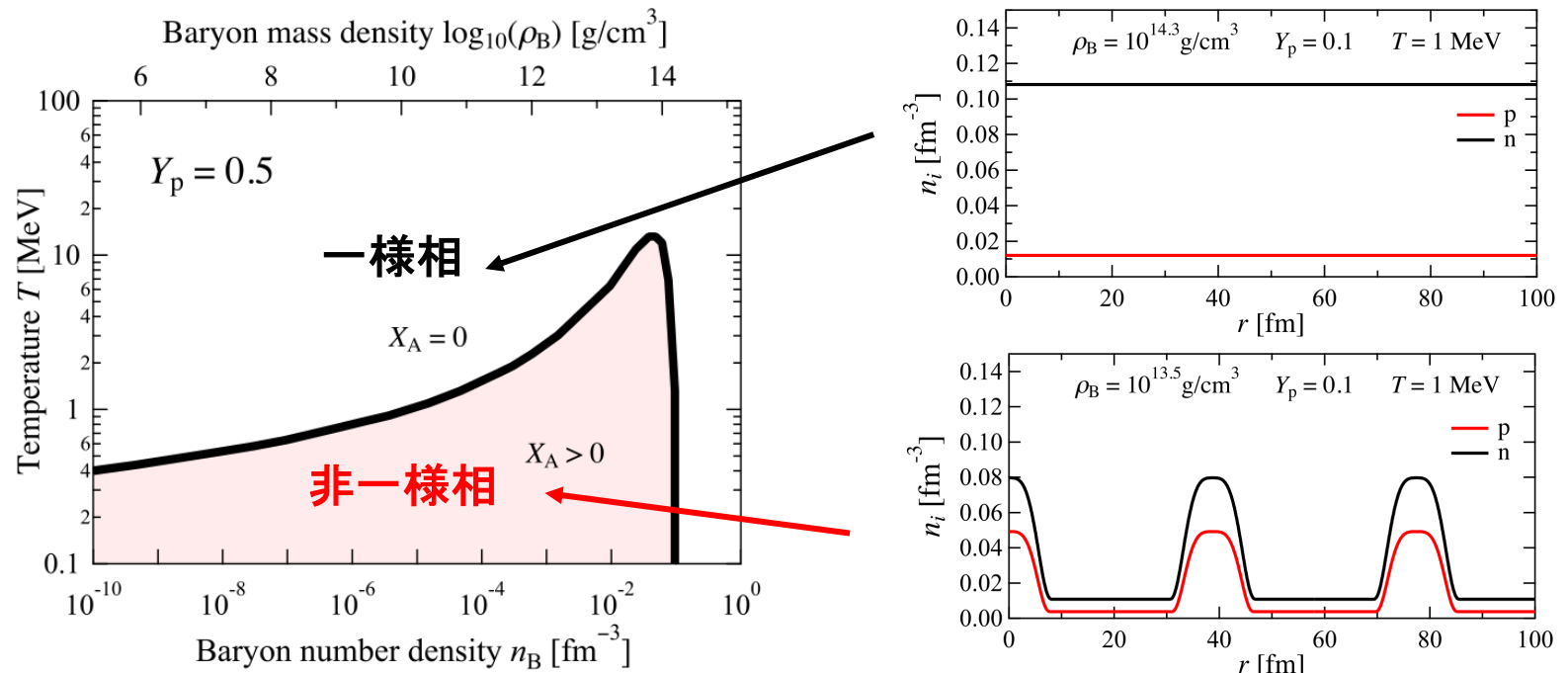
現実的核力に基づく超新星爆発計算用の核物質状態方程式がない!

現実的核力から出発した量子多体変分計算に基づいて
新しい超新星爆発計算用の核物質状態方程式を完成

(HT, K. Nakazato, Y. Takehara, S. Yamamuro, H. Suzuki, M. Takano, NPA961 (2017) 78)

超新星爆発計算のための核物質状態方程式

- 一様相と非一様相を無矛盾に取り扱う必要がある

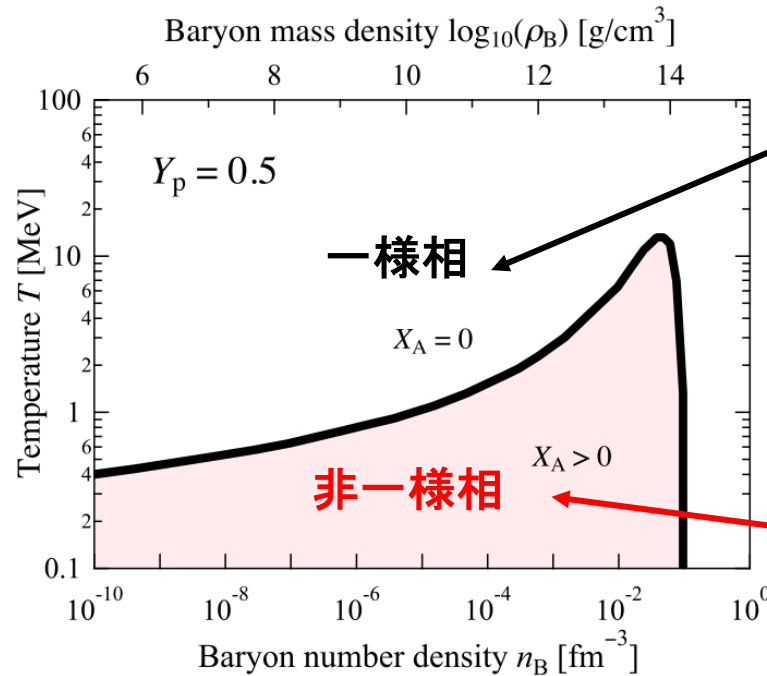


Phase diagram of nuclear matter [based on HT *et al.*, NPA 961 (2017) 78]

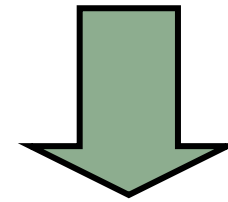
- 温度・密度・陽子混在度の幅広い領域をカバーする必要がある

- 温度 T : $0 \leq T \leq 100$ MeV
- 密度 ρ : $10^{5.1} \leq \rho_B \leq 10^{16.0} \text{ g}/\text{cm}^3$
- 陽子混在度 Y_p : $0 \leq Y_p \leq 0.65$

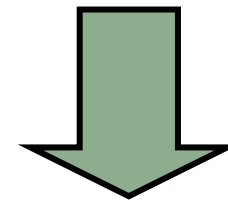
超新星爆発計算のための核物質状態方程式



現実的核力から出発した
クラスター変分法



Thomas-Fermi計算により
非一様核物質EOSへと拡張



Phase diagram of nuclear matter [based on HT *et al.*, NPA 961 (2017) 78]

- 温度 T : $0 \leq T \leq 100$ MeV
- 密度 ρ : $10^{5.1} \leq \rho_B \leq 10^{16.0}$ g/cm^3
- 陽子混在度 Y_p : $0 \leq Y_p \leq 0.65$

2. 現実的核力に基づく核物質状態方程式

**Nuclear
Hamiltonian**

$$H = -\sum_{i=1}^N \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + \sum_{i<j}^N V_{ij} + \sum_{i<j<k}^N V_{ijk}$$

Argonne v18 (AV18) two-body potential (PRC 51 (1995) 38)

$$V_{ij} = \sum_{t=0}^1 \sum_{s=0}^1 [V_{Cts}(r_{ij}) + sV_{Tt}(r_{ij})S_{Tij} + sV_{SOt}(r_{ij})(\mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{s}) \\ + V_{qLts}(r_{ij})|\mathbf{L}_{ij}|^2 + sV_{qSOt}(r_{ij})(\mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{s})^2] P_{tsij}$$

Urbana IX (UIX) three-body potential (PRL 74 (1995) 4396)

$$V_{ijk} = U \sum_{\text{cyc}} [T(r_{ij})]^2 [T(r_{ik})]^2 \\ + A \sum_{\text{cyc}} \left[\{x_{ij}, x_{ik}\} \{\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j, \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_k\} + \frac{1}{4} [x_{ij}, x_{ik}] [\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j, \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_k] \right]$$

$$x_{ij} = Y(r_{ij})\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j + T(r_{ij})S_{Tij}$$

一様核物質の1核子あたりのエネルギー

Jastrow wave function

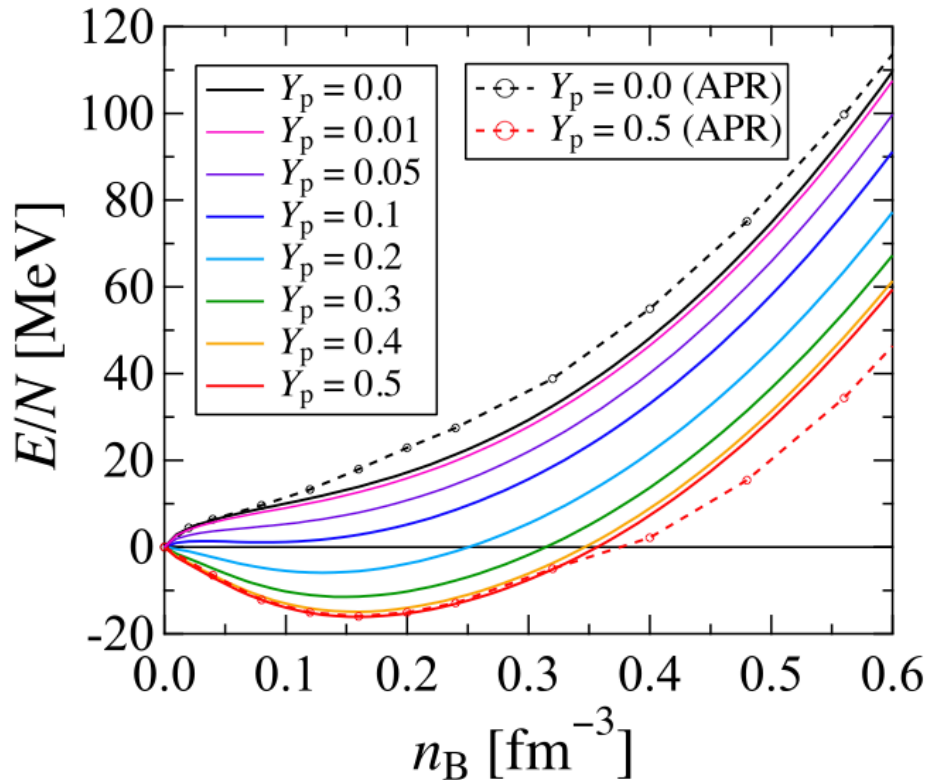
$$\Psi = \text{Sym} \left[\prod_{i < j} f_{ij} \right] \Phi_F$$

Φ_F : The Fermi-gas wave function

Correlation function

$$f_{ij} = \sum_{t=0}^1 \sum_{\mu} \sum_{s=0}^1 \left[f_{Cts}^{\mu}(r_{ij}) + s f_{Tt}^{\mu}(r_{ij}) S_{Tij} + s f_{SOt}^{\mu}(r_{ij}) (\mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{s}) \right] P_{tsij}^{\mu}$$

The two-body cluster approximation is adopted to obtain the energy per nucleon.



n_0 [fm^{-3}]	E_0 [MeV]	K [MeV]	S [MeV]	L [MeV]
0.16	-16.1	245	30.0	38.7

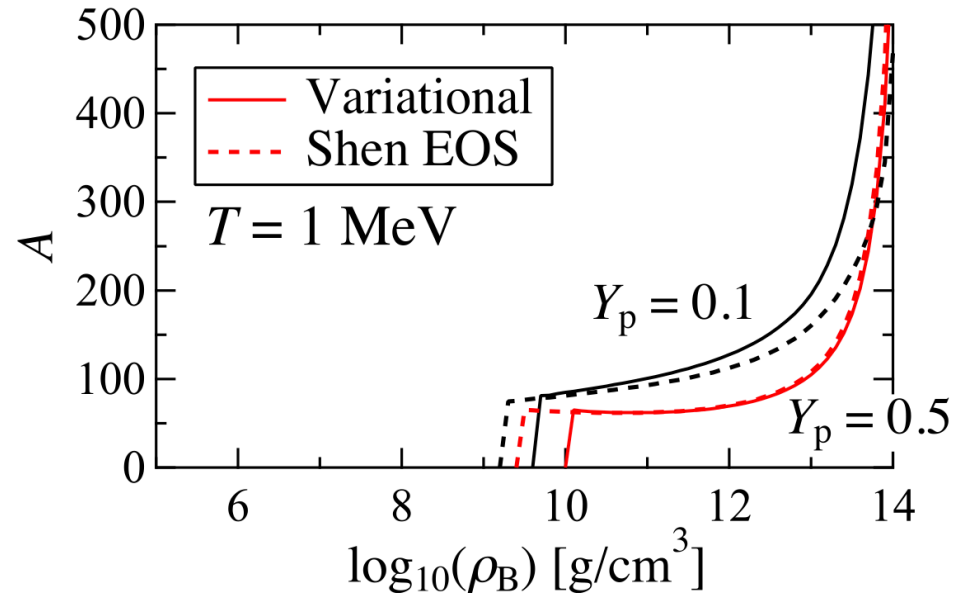
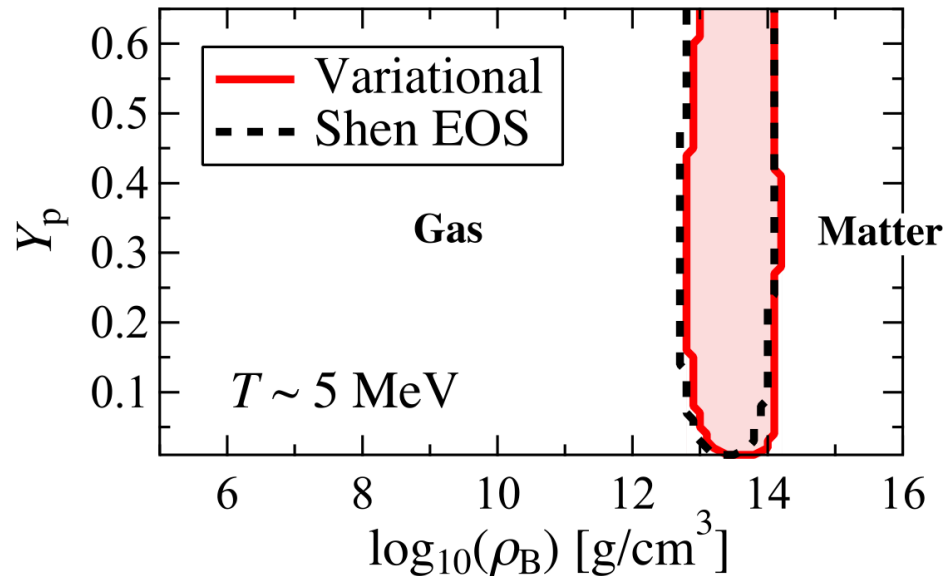
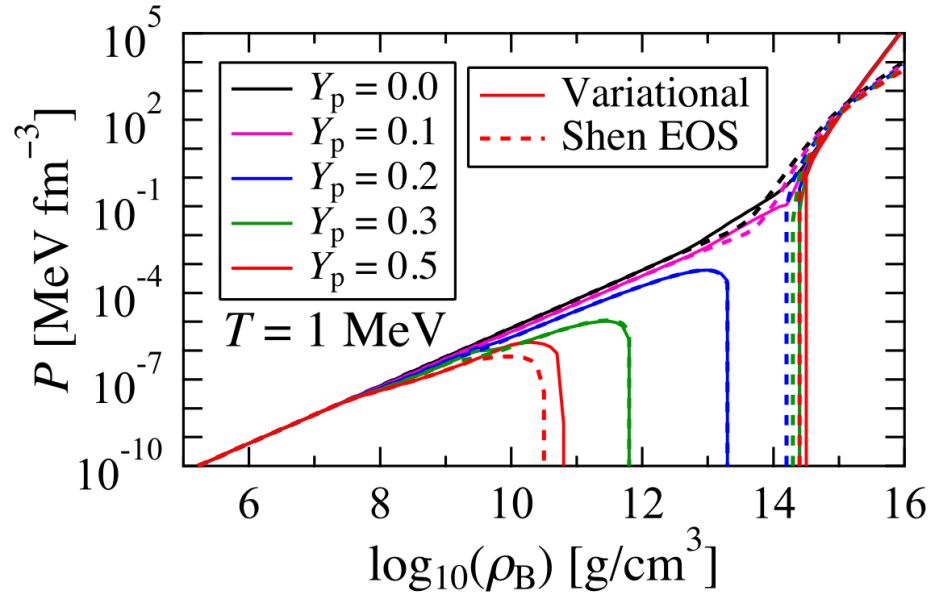
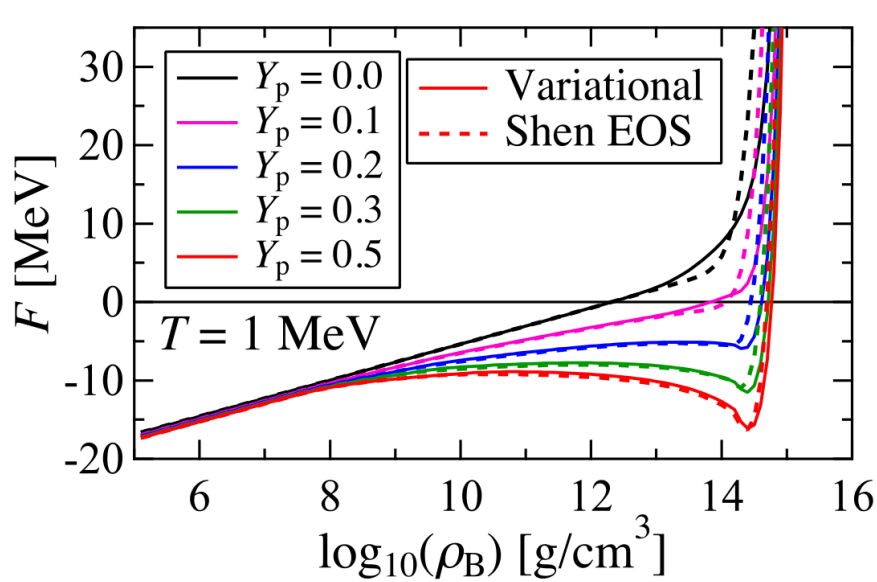
Our EOS : HT and M. Takano, NPA 902 (2013) 53

APR : A. Akmal, V. R. Pandharipande, D. G. Ravenhall,
PRC 58 (1998) 1804

有限温度核物質の様々な熱力学量

非一様核物質: Thomas-Fermi 計算

(PTP 100 (1998) 1013, APJS 197(2011) 20)



Home Page of Variational EOS Table

<http://www.np.phys.waseda.ac.jp/EOS/>

Equation of state for nuclear matter v

Equation of state (EOS) based on the variational method for nuclear matter, the EOS is constructed with the cluster variational method, the Urbana IX three-body nuclear potential and the Thomas-Fermi approximation. Alpha particle mixing is also taken into account. This EOS table is open for general use in any studies referred to in your publication.

User's Guide (read me)

[guide.pdf](#)

EOS tables

[eoszip](#)

Contact

• Hajime Togashi

Nishina Center

2-1 Hirosawa, Wako, Saitama 351-0198, Japan

User's Guide

User Note for the Variational EOS Table

H. Togashi^{1,2}, K. Nakazato³, H. Suzuki⁴, and M. Takano²

¹RIKEN Nishina Center for Accelerator-Based Science, RIKEN, Saitama 351-0198, Japan

²Research Institute for Science and Engineering, Waseda University, Tokyo 169-8555, Japan

³Faculty of Arts and Science, Kyushu University, Fukuoka 891-0395, Japan

⁴Faculty of Science and Technology, Tokyo University of Science, Chiba 278-8510, Japan

March 8, 2017

Abstract

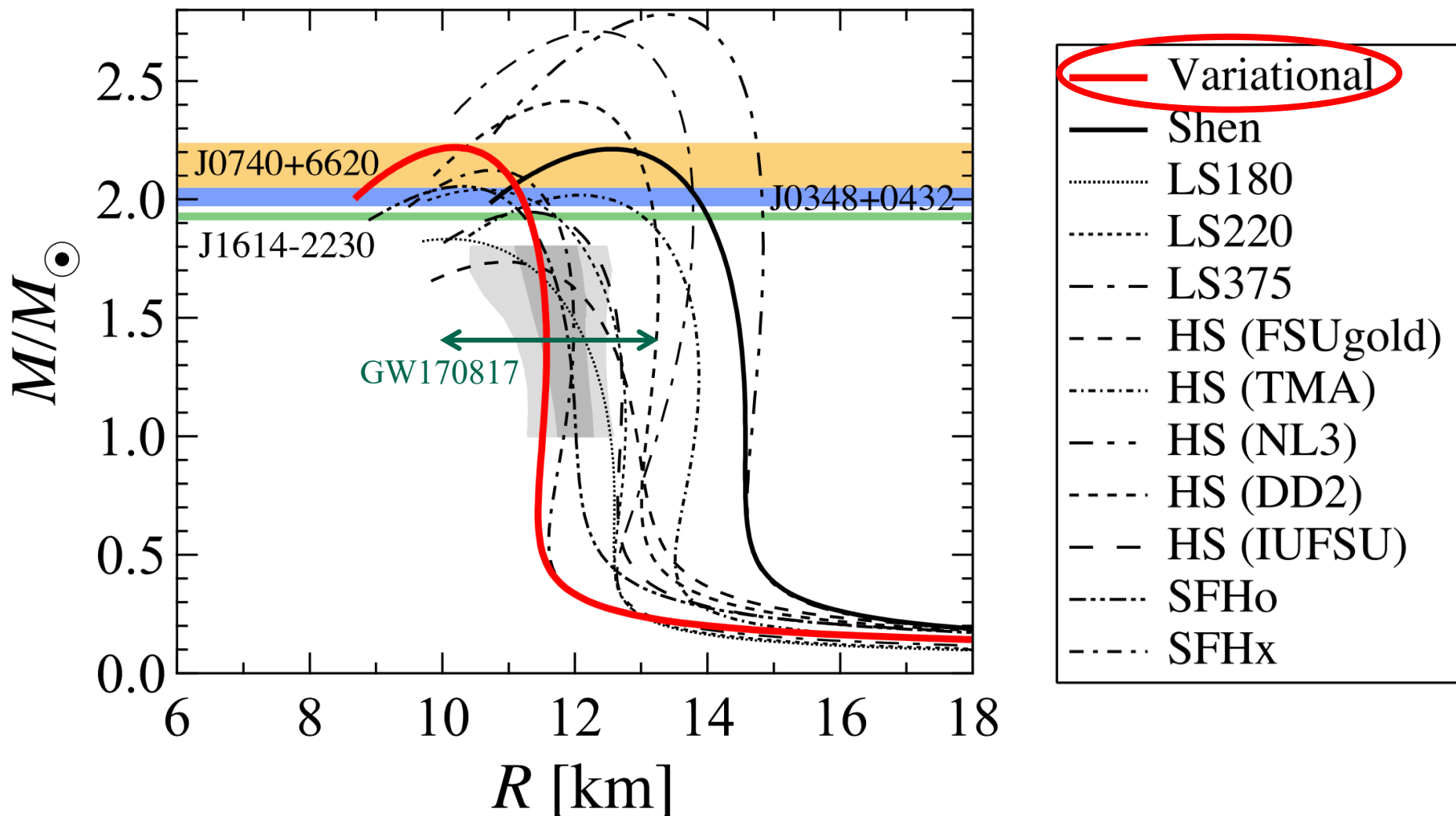
This is a guide for users of the nuclear equation of state (EOS) table based on the Argonne v18 two-body and Urbana IX three-body potentials. We construct the nuclear EOS using the cluster variational method for uniform matter and the Thomas-Fermi calculation for non-uniform matter.

Numerical Data

```
cccccccccccc
Log10(Temp)  Temp
-1.000000E+00  1.000000E-01
```

5.100E+00	7.581427E-11	1.000E-02	-1.516998E+00	7.968970E+00	1.427632E+01	1.004453E+02
5.200E+00	9.544451E-11	1.000E-02	-1.494684E+00	7.968916E+00	1.405264E+01	1.005867E+02
5.300E+00	1.201575E-10	1.000E-02	-1.472371E+00	7.968862E+00	1.382897E+01	1.007294E+02
5.400E+00	1.512693E-10	1.000E-02	-1.450059E+00	7.968809E+00	1.360532E+01	1.008713E+02
5.500E+00	1.904368E-10	1.000E-02	-1.427748E+00	7.968757E+00	1.338169E+01	1.010151E+02
5.600E+00	2.397458E-10	1.000E-02	-1.405439E+00	7.968705E+00	1.315807E+01	1.011550E+02
5.700E+00	3.018220E-10	1.000E-02	-1.383130E+00	7.968653E+00	1.293447E+01	1.013009E+02

3. 高密度天体現象への適用



中性子星の質量と半径の関係

J1614-2230 (Nature 467 (2010) 1081, APJ 832 (2016) 167)

J0348+0432 (Science 340 (2013) 1233232)

J0740+6620 (Nat. Astron. (2019))

GW170817 (PRL 121 (2018) 161101)

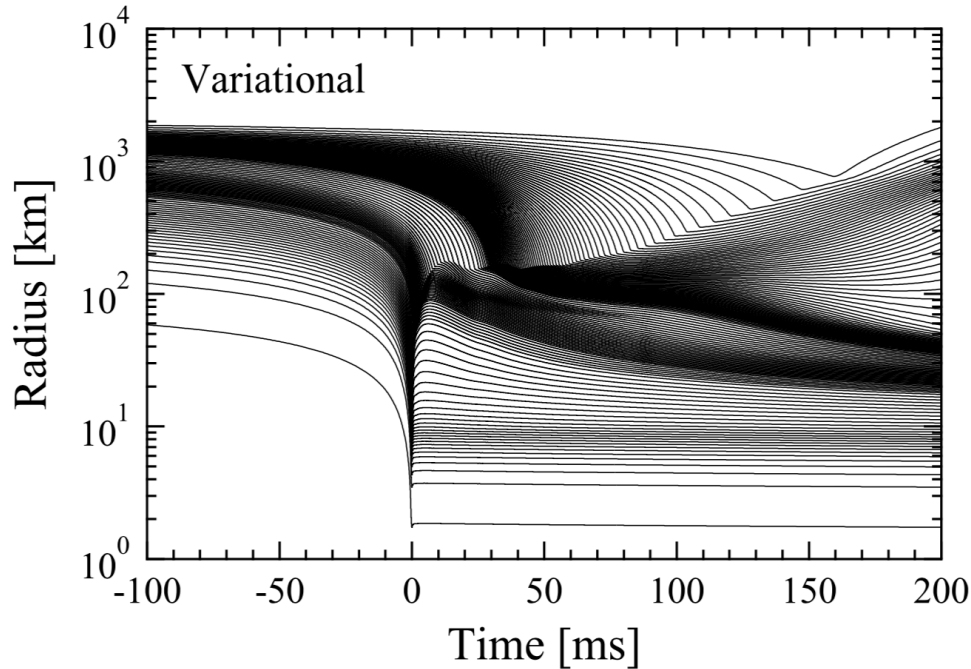
Shaded region (APJ 722 (2010) 33)

超新星爆発シミュレーションへの適用

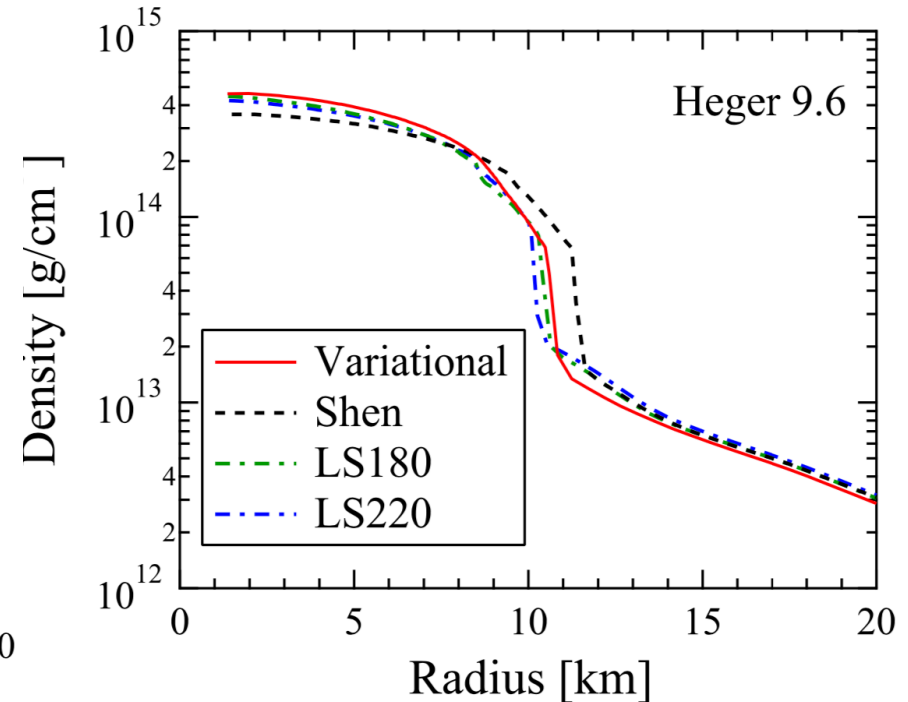
1D neutrino-radiation hydrodynamics simulations

Progenitor model : $9.6 M_{\odot}$ star (provided by A. Heger)

SN simulation numerical code: K. Sumiyoshi, et al., APJ 629 (2005) 922

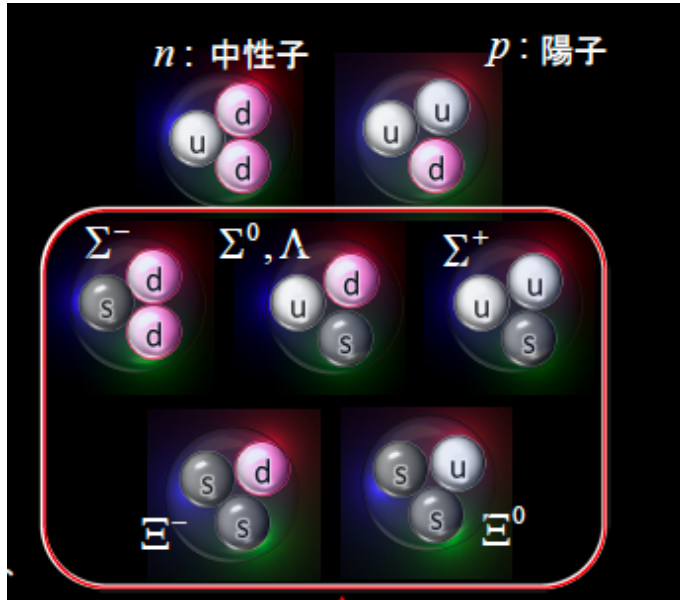


Radial trajectories of mass elements



Variational	4.59×10^{14} g/cm ³
Shen	3.55×10^{14} g/cm ³
LS180	4.46×10^{14} g/cm ³
LS220	4.22×10^{14} g/cm ³

4. ハイペロン混合系への拡張



ハイペロンとは？

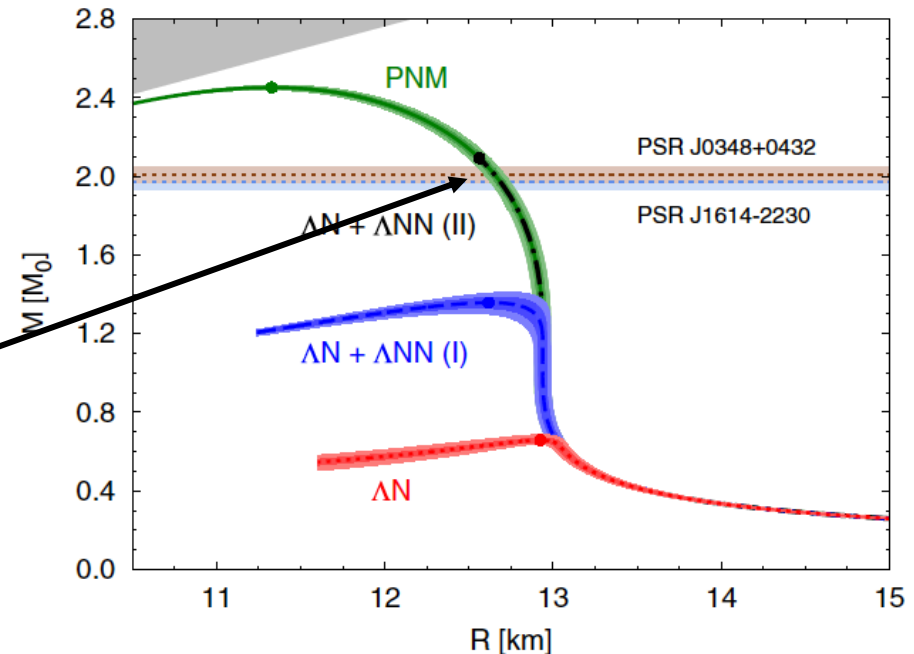
ストレンジ (s) クォークを含むバリオン

ハイペロンは私たちの身の回りにはほとんどありませんが、加速器実験で短時間現れたり、中性子星の内部に存在が予言されている。

HYPERON PUZZLE

- ハイペロン混合に伴うEOSの軟化
- $2M_{\odot}$ の中性子星観測と矛盾

ハイペロン3体力 (Λ NN3体力)
 → Λ 混在臨界密度の増加



シミュレーションに適用可能なハイペロン状態方程式

Nuclear Interaction	n_{sat} (fm^{-3})	BE/A (MeV)	K (MeV)	Q ($\frac{\text{MeV}}{\text{fm}^3}$)	J (MeV)	L (MeV)	type of int.	used in
SKa	0.155	16.0	263	-300	32.9	74.6	Skyrme	H&W
LS180	0.155	16.0	180	-451	28.6	73.8	Skyrme	LS180
LS220	0.155	16.0	220	-411	28.6	73.8	Skyrme	LS220, LS220 Λ , LS220 π
LS375	0.155	16.0	375	176	28.6	73.8	Skyrme	LS375
TMA	0.147	16.0	318	-572	30.7	90.1	RMF	HS(TMA)
NL3	0.148	16.2	272	203	37.3	118.2	RMF	SHT, HS(NL3)
FSUgold	0.148	16.3	230	-524	32.6	60.5	RMF	SHO(FSU1.7), HS(FSUgold)
FSUgold2.1	0.148	16.3	230	-524	32.6	60.5	RMF	SHO(FSU2.1)
IUFSU	0.155	16.4	231	-290	31.3	47.2	RMF	HS(IUFSU)
DD2	0.149	16.0	243	169	31.7	55.0	RMF	HS(DD2), BHBA, BHBA ϕ
SFHo	0.158	16.2	245	-468	31.6	47.1	RMF	SFHo, SFHoY
SFHx	0.160	16.2	239	-457	28.7	23.2	RMF	SFHx
TM1	0.145	16.3	281	-285	36.9	110.8	RMF	STOS, FYSS, HS(TM1), STOSA, STOSY, STOSY π , STOS π , STOS π Q, STOSQ, STOSB139, STOSB145, STOSB155, STOSB162, STOSB165

SN-EOS list by M. Hempel

Hyperon EOS

- Shen EOS with Λ, Σ, Ξ [$M_{\text{max}} = 1.67 M_{\odot}$] (C. Ishizuka et al., JPG 35 (2008) 085201)
- Shen EOS with Λ [$M_{\text{max}} = 1.75 M_{\odot}$] (H. Shen et al., APJS 197 (2011) 20)
- LS EOS with Λ [$M_{\text{max}} = 1.91 M_{\odot}$] (M. Oertel et al., PRC 85 (2012) 055806)
- DD2 EOS with Λ [$M_{\text{max}} = 2.11 M_{\odot}$] (S. Banik et al., APJS 214 (2014) 22)
- DD2 EOS with Λ, Σ, Ξ [$M_{\text{max}} = 2.04 M_{\odot}$] (M. Marques et al., PRC 96 (2017) 045806)
- SFH EOS with Λ, Σ, Ξ [$M_{\text{max}} = 1.98 M_{\odot}$] (M. Fortin et al., PASA 35 (2018) e044)

中性子星内部におけるハイペロン混合

ハイペロン相互作用(不定性が大きい!)

$V_{ij}^{\Lambda N}$, $V_{ij}^{\Lambda\Lambda}$: two-body potential (E. Hiyama et al., PRC 74 (2006) 054312)
 (E. Hiyama et al., PRC 66 (2002) 024007)

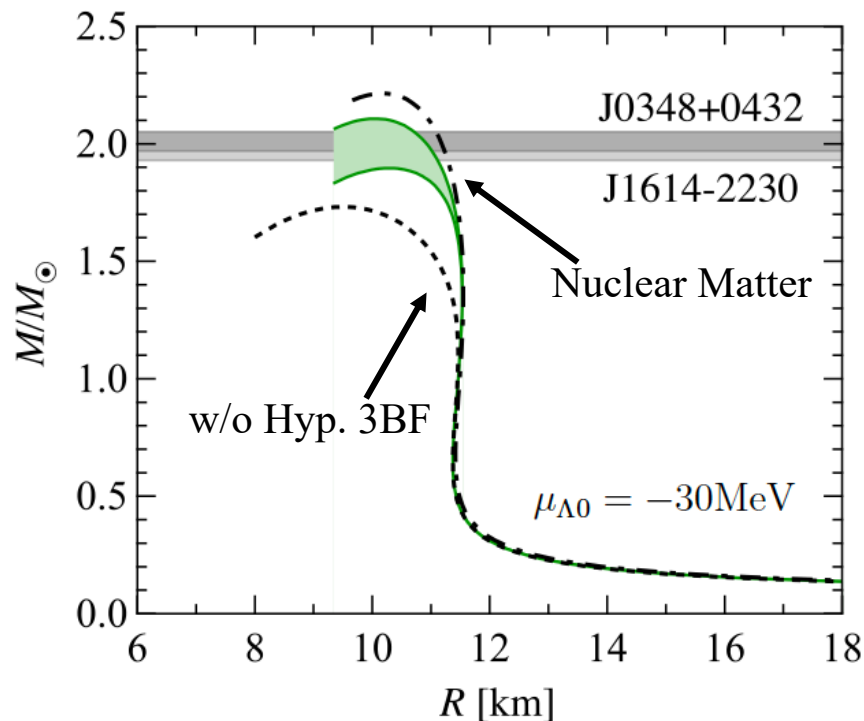
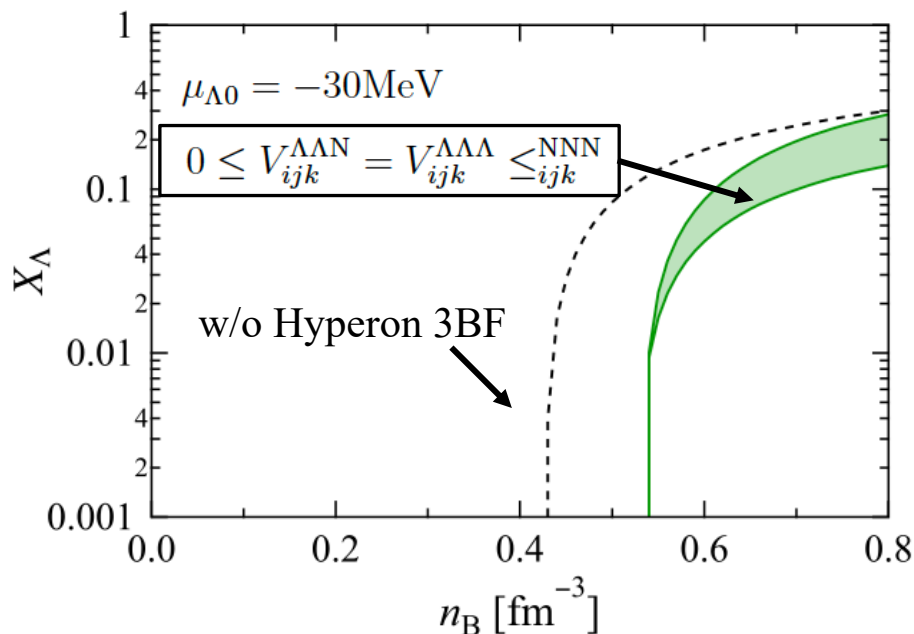
- Constructed so as to reproduce the experimental binding energies of light hypernuclei

$V_{ijk}^{\Lambda NN}$, $V_{ijk}^{\Lambda\Lambda N}$, $V_{ijk}^{\Lambda\Lambda\Lambda}$: three-body potential

- Repulsive part of the UIX pot. is employed

- ΛNN : Strength parameter is determined so that $\mu_{\Lambda 0} = -30\text{MeV}$

- $\Lambda\Lambda N$ and $\Lambda\Lambda\Lambda$: Strength parameters are free parameters.

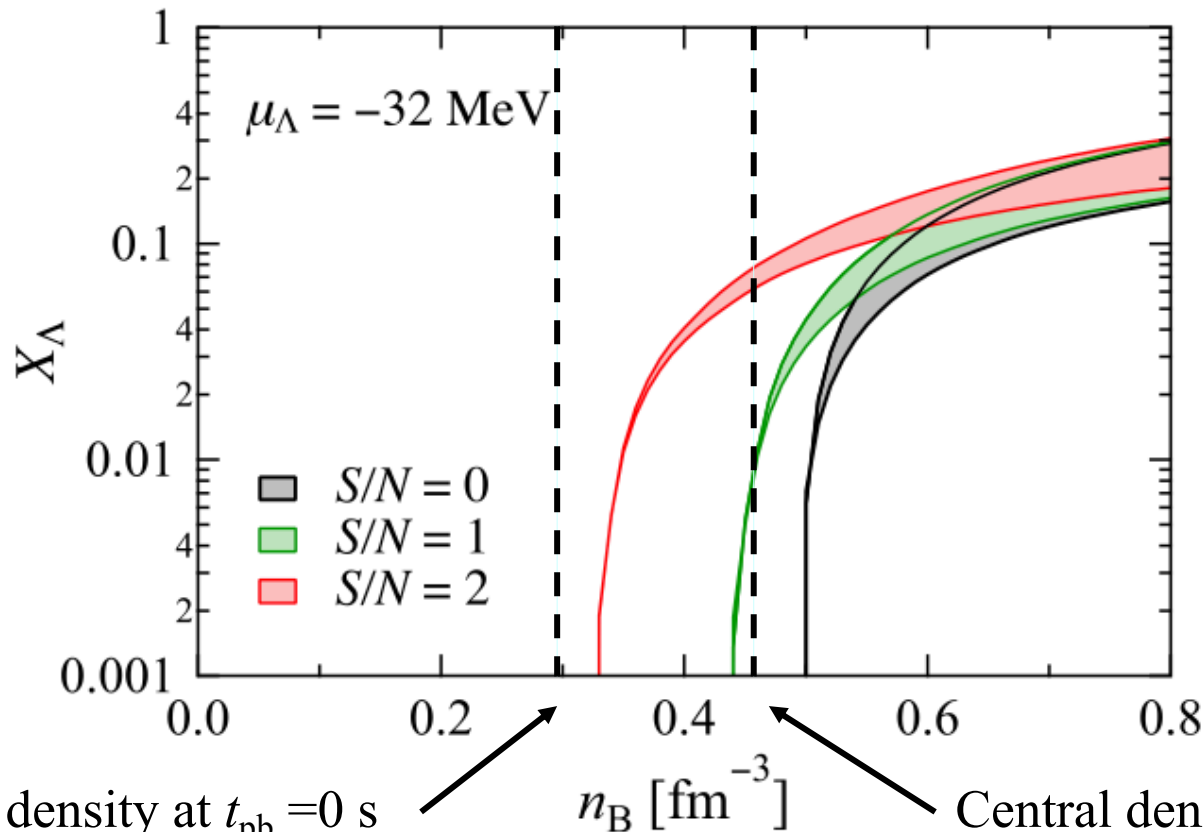


超新星物質内部におけるハイペロン混合

超新星物質

- 荷電中性な β 安定物質 (p, n, Λ , e^- , e^+ , γ)
- 等エントロピー物質 (1バリオンあたりのエントロピー $S \sim 1-2$)

$$(0 \leq \alpha^{\Lambda\Lambda N} = \alpha^{\Lambda\Lambda\Lambda} \leq \alpha^{\text{NNN}})$$



Central density at $t_{\text{pb}} = 0 \text{ s}$
(Core-collapse supernova)

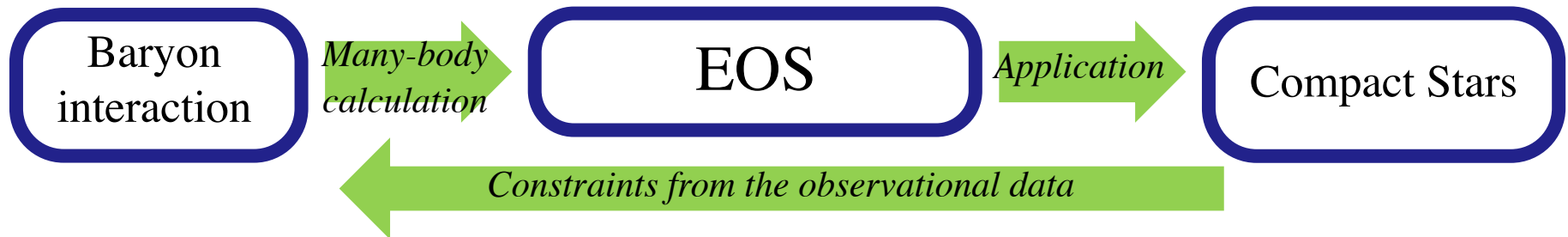
Central density at $t_{\text{pb}} = 50 \text{ s}$
(PNS cooling)

まとめ

現実的核力に基づく新しい核物質状態方程式を作成し
高密度天体現象(中性子星・超新星爆発)に適用した。

一様核物質: クラスタ変分法 非一様核物質: Thomas-Fermi 近似

<http://www.np.phys.waseda.ac.jp/EOS/>



- *Uncertainty in the three-nucleon force*
- *Hyperon mixing in high-density matter etc...*