

2009.05.29: "[課題3] 2項分布の確率分布"の例

2009.06.11: [J35:J39]他の計算間違いを訂正

① 独立試行の決定と成功確率 p を求める実験

独立試行: 晴か否か。

- FS実習の実施日の天気の傾向を知りたい。
- 1993年~2009年までの5月の土日について。
- 嶺北フィールド最寄りの気象観測地点(「繁藤」)の日降水量をもとにする。
- 日降水量2.0mm以下なら「晴」とする。
- 独立試行の成功確率は、調べた日すべてについての「晴」と定義した日数の割合とする。

実験の結果(成功○、失敗×)

成功回数	95
失敗回数	46
合計	141

- ②の経験分布については、ある年の5月から4日を無作為に抽出して「晴」の日を数える。
- 1993~2009年は17年(30に足りない)なので、ある年について2回、4日分抽出するものとする。

従って $p = \frac{95}{141} \approx 0.674$

($q = 1 - p = 0.326$)

$P\{x\}$ を出すための中間計算値

② $n = 4$ として成功回数 x の理論分布 $P\{x\}$ と経験分布 $P'\{x\}$ を求める

x	$P\{x\}$	$x \cdot P\{x\}$
0	0.011	0.000
1	0.094	0.094
2	0.290	0.580
3	0.399	1.197
4	0.206	0.824
計		2.695

nCx	p^x	q^{n-x}
1	1.000	0.011
4	0.674	0.035
6	0.454	0.106
4	0.306	0.326
1	0.206	1.000

理論分布の標準偏差 σ の計算

$x - \mu$	$(x - \mu)^2$	$(x - \mu)^2 \cdot P\{x\}$
-2.695	7.263	0.082
-1.695	2.873	0.269
-0.695	0.483	0.140
0.305	0.093	0.037
1.305	1.703	0.351
計		0.879

$\sigma = 0.938$

$n \cdot p \cdot q$ (と等しくなることを確認)

調べた年から4日を抽出

相対度数 = $f / [\text{総試行回数 } 30] = P'\{x\}$

試行回	成功回数
1993年1	1
1993年2	2
1994年1	3
1994年2	4
1995年1	5
1995年2	6
1996年1	7
1996年2	8
1997年1	9
1997年2	10
1998年1	11
1998年2	12
1999年1	13
1999年2	14
2000年1	15
2000年2	16
2001年1	17
2001年2	18
2002年1	19
2002年2	20
2003年1	21
2003年2	22
2004年1	23
2004年2	24
2005年1	25
2005年2	26
2006年1	27
2006年2	28
2007年1	29
2007年2	30
2008年1	31
2008年2	32
2009年1	33
2009年2	34

x	度数 f	相対度数	$x \cdot P'\{x\}$
0	2	0.059	0.000
1	3	0.088	0.088
2	7	0.206	0.412
3	13	0.382	1.147
4	9	0.265	1.059
計			2.706

実験結果(経験分布)の標準偏差 σ' の計算

$x - \mu'$	$(x - \mu')^2$	$(x - \mu')^2 \cdot P'\{x\}$
-2.706	7.322	0.431
-1.706	2.910	0.257
-0.706	0.498	0.103
0.294	0.087	0.033
1.294	1.675	0.443
計		1.266

$\sigma' = 1.125$

平均と標準偏差の算出結果

	平均	標準偏差
理論分布	2.695	0.938
経験分布	2.706	1.125

(③の考察のための計算)

$\mu - \sigma$	$\mu + \sigma$	$\mu - 2\sigma$	$\mu + 2\sigma$
1.757	3.633	0.820	4.570
1.581	3.831	0.455	4.957

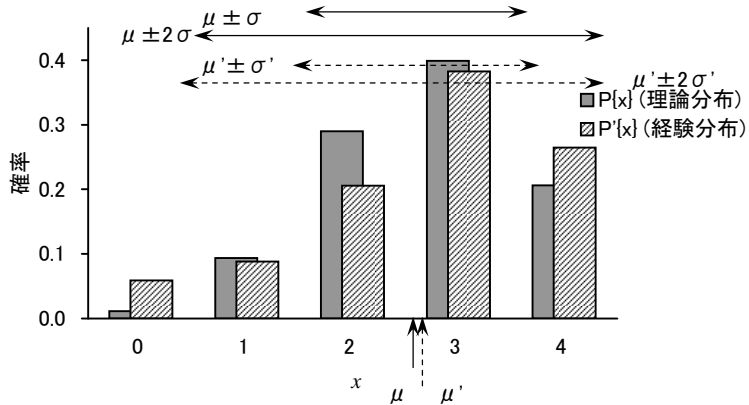


図. 理論分布と経験分布

③ 理論分布と経験分布の比較

- 図(右上参照)
- 平均±標準偏差、平均±(2×標準偏差)の範囲になる確率

x	$P\{x\}$	$\mu \pm \sigma$	$\mu \pm 2\sigma$	x	$P'\{x\}$	$\mu' \pm \sigma'$	$\mu' \pm 2\sigma'$
0	0.011	} 0.689	} 0.989	0	0.059	} 0.588	} 0.941
1	0.094			1	0.088		
2	0.290			2	0.206		
3	0.399			3	0.382		
4	0.206			4	0.265		