2013 年度 森林統計学 第 14 回資料 2 「2 つの中央値の差の検定」

1. 教科書第 12 章 3 節「2 つの中央値の差の検定」の基本と補足

1-1.「2 つの中央値の差の検定」を用いるべき場合

指標の値が一定の尺度（重さ、長さ、など値の大きさに関わらず数値差が差の一定の基準になる場合；例えば 1 と 2 の差は 5 と 6 の差と全く同じ；「間隔尺度」と呼ばれる）には、平均値が分布の中心の適切な尺度となるので「2 つの平均値の差の検定」の方法が適用できる。これに対して、順位付けはできるが 1 番と 2 番の差の違いが 4 番と 5 番の差の違いと同じとは限らないとき（例えば味の好みなど；「順位尺度」と呼ばれる）には、順位の数字自体の平均値は適切な比較の尺度にはならない。

また、「2 つの平均値の差の検定」では平均値の分布は正規分布に従うなどの仮定をおいているが、その仮定が適切でない場合もある。そのようなときには、計測値などの値そのものを用いずに順位に置きかえて、「2 つの中央値の差の検定」を用いた方が妥当な検定ができる。

1-2.「2 つの中央値の差の検定」の原理

2 つのグループがあり、何らかの指標で順位付けができるとする。仮に第 1 グループの方がその指標に関して能力が高い者が多い場合、第 2 グループよりも平均順位は高くなるはずである（逆もまた同様）。ただし前節で述べたように順位の平均値は検定する尺度としては適当でないので、この検定では、両グループの順位に差があるかどうかを、順位の中央値（ξ_1，ξ_2）に差があるかどうかに置きかえて検定する（ξはギリシャ文字グザイ（あるいはクサイ、クシー）の小文字)。帰無仮説 H_0は

$$H_0 : \xi_1 = \xi_2$$

となる。

両グループの数を n_1，n_2 とする（全体の数は $N = n_1 + n_2$）。ここでまず、$n_1 = 2$，$n_2 = 4$ として、両グループにもともと差はない場合、順位はどのようにばらつくかを考えてみる。第 1 グループに属するものを A, 第 2 グループに属するものを B として、2 つの A と 4 つの B（合計 6)のありうる並び方をすべて数え上げると、並び方の種類（順列の数）は 6 個のなかから 2 個を選び出す組合せの数と同じなので、${}_6C_2 = \dfrac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$ 種類である（表−1)。仮定したように、もともと両グループには（指標に関する能力などの）差がないとすると、これら 15 種類の場合が起こる確率はどれも等しいはずだから、どの場合も発生確率は等しく $\dfrac{1}{15}$ であると考えることができる。

次に、順位の差の程度を表す指標として、順位そのものの値の合計（順位和 R）を用いることにする。グループの添え字を用いて R_1，R_2 と表すこともあるが、ここでは教科書にならって数の少ないほうのグループの順位和を R と表すことにする。例えば表−1 では、[1]の場合の順位和は $1 + 2 = 3$，[8]の場合は $2 + 5 = 7$ となる。

表−1. Aグループ(n_1=2), Bグループ(n_2=4) のすべての起こりうる順列

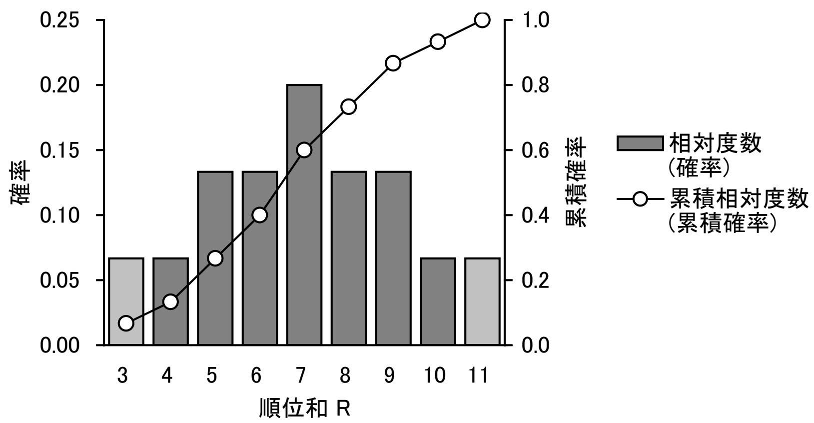
順位	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]	[13]	[14]	[15]
1	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
2	A	B	B	B	B	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B
3	B	A	B	B	B	A	B	B	B	A	A	A	B	B	B
4	B	B	A	B	B	B	A	B	B	A	B	B	A	A	B
5	B	B	B	A	B	B	B	A	B	B	A	B	A	B	A
6	B	B	B	B	A	B	B	B	A	B	B	A	B	A	A
順位和 R	3	4	5	6	7	5	6	7	8	7	8	9	9	10	11

注) ${}_6C_2$=15から15種類の順列がある。A, B両グループに差がなかった場合、いずれの順列も起こる確率は等しい(1/15)。

$n_1 = 2$, $n_2 = 4$ の場合、順位和 R のとりうる値の範囲は 3〜11 となる。R の度数（3〜11）を集計して相対度数を求めると R の確率分布が得られる（表−2；図−1）。

表−2. 順位和Rの発生確率

順位和 R	度数	相対度数（確率）	累積相対度数（累積確率）
3	1	0.067	0.067
4	1	0.067	0.133
5	2	0.133	0.267
6	2	0.133	0.400
7	3	0.200	0.600
8	2	0.133	0.733
9	2	0.133	0.867
10	1	0.067	0.933
11	1	0.067	1.000



図−1. n_1=2, n_2=4の場合の順位和の確率分布

表 VIII 順位和検定の棄却限界値

2つの標本の大きさは括弧内に（n_1, n_2）の形で示してある．表の各行は3つの数字の組からなっていて，左の2つは棄却限界値を，右端はそれに対応する確率，すなわち $R \leq$(小さいほうの棄却限界値) または $R >$(大きいほうの棄却限界値) の起こる確率を表わす．これら確率の値はちょうど R の整数値に対応する確率で，確率の値が 0.025 および 0.05 に最も近いものである．0.025 に近い確率に対応する棄却限界値は $\alpha=0.05$ のときの両側検定に，0.05 に近い確率に対応する棄却限界値は $\alpha=0.05$ のときの片側検定に用いればよい．

n_1=2, n_2=4の場合

(2, 4)
3 11 .067
(2, 5)
3 13 .047
(2, 6)
3 15 .036
4 14 .071
(2, 7)
3 17 .028
4 16 .056

(4, 4)
11 25 .029
12 24 .057
(4, 5)
12 28 .032
13 27 .056
(4, 6)
12 32 .019
14 30 .057
(4, 7)

(6, 7)
28 56 .026
30 54 .051
(6, 8)
29 61 .021
32 58 .054
(6, 9)
31 65 .025
33 63 .044
(6, 10)

表-2 と図-1 で、最も「まれ」な場合は$R=$ 3 または 11 のときで、それらが起こる確率は 0.067 である。このことから、順位和Rが 3 または 11 となった場合は、そのようなことが起こる確率は（もともと A，B 両グループに差がないとして）0.134 であるから、$\alpha \geqq 0.134$ の危険率を設定したならば仮説を$\alpha=0.134$ で棄却できることになる。

注）教科書 p.299 の表 VIII にはRの棄却限界値と片側検定の場合のαが、10 までのn_1，n_2の組合せに対して一覧にされている。

2. 検定手順と例題

2-1.「2 つの中央値の差の検定」の検定手順(順位和による検定)

帰無仮説H_0は「2 つの順位の中央値（ξ_1，ξ_2）に差はない」$H_0:\xi_1=\xi_2$とする。手順は以下の通りである。

①対立仮説とαの設定

通常は対立仮説は「ξ_1，ξ_2に差がある」$H_1:\xi_1 \neq \xi_2$となる。つまり、どちらのグループがどちらのグループより順位が高くても（$\xi_1>\xi_2$でも$\xi_1<\xi_2$でも）有意差があると判断する（両側検定)。特別な場合として、$\xi_1>\xi_2$である場合のみを問題とする場合（$H_1:\xi_1>\xi_2$）は片側検定となる。$\xi_1<\xi_2$（$H_1:\xi_1<\xi_2$）の場合も同様。

αは通例 0.05 とする（理由は教科書第 8 章 1 節「2 種類の過誤」での議論を参照)。場合により、0.10 や 0.01 なども用いられる。

注）両側検定で有意性を判定すると有意でないが、片側検定とすると有意になる場合がある。そのようなとき、例えば有意差がある方が都合がよいなどという理由で、判定後に対立仮説やαの設定を変えてはいけない。順位和を計算してみたら片方のグループの方が順位が高そうなので片側検定に変更する、というようなこともしてはいけない。統計的検定は科学的手段のひとつであるから、第 3 者の観点で公平に行なう必要がある。

②2 つのグループをあわせた順位をつける

順位付けの指標となる値の大小順に、両グループを通算しての順位をつける（1 番～N 番まで；$N=n_1+n_2$)。大きい順でも小さい順でもよい（片側検定の場合は大きい順あるいは小さい順の方がより好ましい場合があるので注意)。

③同順位の補正

指標値が同じものが複数ある場合には、順位の補正を行なう（例題参照)。

④順位和の計算

n_1，n_2が小さいほうのグループの順位を合計して順位和Rを算出する。

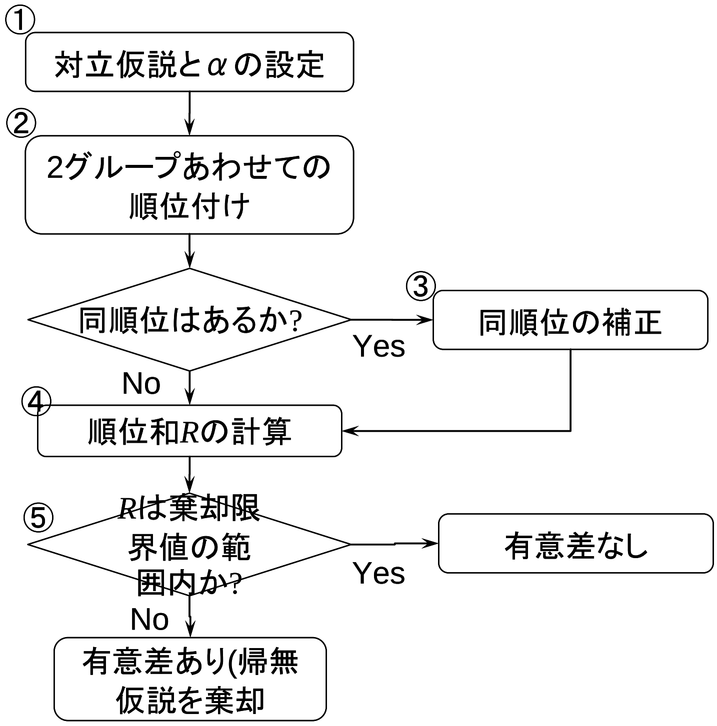
注）順位和検定では片方のグループの順位和だけ算出すれば検定を行なうことができるが、検算のためにもう片方のグループの順位和（R'とする）も算出しておいたほうがよい。全順位和（$R+R'$）に関して次の式が成り立つからである。

$$R+R'=\frac{N(N+1)}{2}$$

⑤判定

対立仮説（検定方法：両側あるいは片側）とαに応じたRの棄却限界範囲を検定表（教科書 p.299，表 VIII）からひろい出し、Rがその範囲外にあれば有意差ありと判定する。

以下に手順のフローチャートを示す。



2-2. 例題（教科書 p.251 の例を改変）

例題として、教科書 p.251 の例のデータを用いて説明する。以下は、ネズミがある仕事を覚えるまでに要した試行回数で、ある処置をしたグループと処置なしのグループに分けてデータは取られている。この回数が少ないほうが、学習能力が高いと判断できる。処置の有無でグループが分けられているので、学習能力に対する処置の効果を、試行回数の大小で判断できるものと考えられる（データは教科書から少し変えてある）。

処置（Treated）	24	28	16	47	23	25	53	20		
未処置（Untreated）	22	12	30	16	26	14	18	21	16	18

$n_1 = 8$, $n_2 = 10$（全体の数は $N = n_1 + n_2 = 18$）である。

①対立仮説と α の設定

対立仮説は「ξ_1, ξ_2 に差がある」 $H_1 : \xi_1 \neq \xi_2$ とする(両側検定)。α =0.05 とする。

注)「処置に学習能力を高める効果がありそうだ」という予断をすると、「処置グループは未処置グループより順位が高い」という対立仮説（$H_1 : \xi_1 > \xi_2$）が適当に思われるかもしれないが、処置の効果がプラスであるかマイナスであるかはわからないので実験で検証する、というのが通常の科学的実験の立場である。そのため、両側検定を用いることになる。

②2 つのグループをあわせた順位をつける

指標値の小さい順に並べ替えると以下のようになる。

順位	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
値	12	14	16	16	16	18	18	20	21	22	23	24	25	26	28	30	47	53
グループ	U	U	T	U	U	U	U	T	U	U	T	T	T	U	T	U	T	T
補正順位	1	2	4	4	4	6.5	6.5	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

③同順位の補正

順位 3，4，5 と順位 6，7 は指標値が同じ（それぞれ 16，18）になっている。順位 6，7 では両方とも未処置グループ（U）なので順位和に影響はないが、順位 3，4，5 には両グループからの個体が含まれているので、このまま順位を合計すると不公平が生じる（上の例ではたまたま処置グループ（T）が 3 番になっているが、4 番、5 番の未処置グループの 2 個体も指標値は同じ 16 なので、これらには同じ順位をつける必要がある）。

補正順位には平均順位を用いる。すなわち、順位 3，4，5 には平均順位としていずれも「4」を、順位 6，7 には平均順位として「6.5」をあてる。

④順位和の計算

n_1（= 8）< n_2（= 10）だから、第 1 グループ（処置グループ，T）の順位を合計して順位和 R を算出する。

$$R = 4 + 8 + 11 + 12 + 13 + 15 + 18 = 98$$

注）もう一方のグループの順位和は $R' = 73$ となる。$N(N+1)/2 = 18 \cdot (18+1)/2 = 171$ であり、$R + R' = 171$ と一致していることが確認できる。

⑤判定

順位和検定の棄却限界値の表（教科書 p.299，表 VIII）から $n_1 = 8$，$n_2 = 10$ に相当する箇所を読み取ると以下のようになっている。

	(8, 10)	
54	98	.027
57	95	.051

両側検定の α=0.05 は片側検定の α=0.025 に相当する。表は、片側検定の α=0.025 および 0.050 に近い棄却限界値を列挙している。この場合、上の「54　98　0.27」が相当する。すなわち、棄却限界域は $54 < R < 98$ である（$R \leq 54$ あるいは $98 \leq R$ のとき帰無仮説は棄却される =「有意差がある」と判断できる）。

計算された R は 98 で、ちょうど棄却限界域の境界値に一致している。判定は、帰無仮説は棄却される、すなわち「有意差がある」となる。

注）より厳密に判定する場合は、α ≒0.025（または 0.050）でなく、α ≦0.025（または 0.050）となる棄却域で判定する。より詳細な検定表（例えば Zar，1999）を参照すると、その場合の棄却限界域は両側検定での α ≦0.050 に対して $53 < R < 99$ となる（1 ずつ棄却限界域が両側に広くなる）。

3. U 検定との関係

教科書第 12 章 3 節で「2 つの中央値の差の検定」として紹介されている順位和検定は、ウィルコクソンの順位和検定（Wilcoxon rank-sum test）とも呼ばれる方法であるが、マン・フィットニーの U 検定（Mann-Whitney test）と本質的に同じ方法であることが知られている（田中・垂水，1999；Zar，1999）。田中・垂水（1999）では「正規分布が仮定できる場合の母平均の差の

検定（t 検定）に対応する方法で、正規分布が仮定できない場合、分布型がわからない場合、さらには順序尺度でしかデータが得られない場合にも応用でき、しかも、正規分布のもとでも効率の高い方法（漸近相対効率 95.5%）として、広く応用されている」と紹介されている。

U 検定では U 統計値（U_1，U_2）を算出して、U 検定用の棄却限界値と比較して検定を行なう（U_1，U_2 のうち値が大きい方を用いる)。順位和検定における第 1 グループ・第 2 グループの順位和をそれぞれ R_1，R_2 とすると、U 統計値との関係は

$$U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1,\ U_2 = n_2 \cdot n_1 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$$

となっている。また、$U_1 + U_2 = n_1 \cdot n_2$ であるので、U_1 あるいは U_2 のいずれかを求めればもう片方は直ちに算出できる。さらに、$R + R' = R_1 + R_2 = \frac{N(N+1)}{2}$（ただし $N = n_1 + n_2$）であることから、R を求めれば U 統計値は直ちに求めることが可能である。

4. 正規近似の際の注意事項

4-1. 正規近似による検定

二項分布で n が大きいときは正規分布で近似できたように、2 つの中央値の差の検定でも n が大きいときには正規分布に近似させて正規分布表で検定を行なうことができる（教科書 p.252〜254)。

注）教科書では n の大きさの基準として $n_2≧10$（ただし $n_2≧n_1$ とする）を用いている（表 VIII は $n_2≦10$ まで)。U 検定については $n_2≦40$ までの表が用意されているものもある（Zar，1999；ただし 1-2.で説明した原理に従って計算すれば、どんなに n が大きくても検定表は自作できる)。

正規近似する場合の母平均と母標準偏差（μ_R，σ_R；順位和検定の場合）は

$$\mu_R = \frac{n_1(N+1)}{2},\ \sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2(N+1)}{12}} \qquad (\text{ただし } N = n_1 + n_2)$$

で、検定値 z は順位和 R から（$n_1 ≦ n_2$ という前提なので $R = R_1$ となっていることに注意）

$$z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$

と算出される（z は R が μ_R から σ_R の何倍離れているか、を意味している)。棄却限界値は α に応じて正規分布表（教科書 p.295，表 IV）から定められる。

注）教科書では n（すなわち n_1，n_2）が十分大きくないときは、「2 つの平均値の差の検定」での小標本法で t 分布を用いるように、上の式で算出された z 値を t 値として t 分布表を用いて検定するべき、としている（ただし自由度 $\nu = n_1 + n_2 - 2$)。

U 検定の場合、母平均 μ_U と母標準偏差 σ_U は

$$\mu_U = \frac{n_1 \cdot n_2}{2},\ \sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2(N+1)}{12}} \qquad (\text{ただし } N = n_1 + n_2)$$

となる（$\sigma_U = \sigma_R$)。検定値 z は次式で求められる。

$$z = \frac{U_1 - \mu_U}{\sigma_U} \qquad (U_2 \text{を用いて計算してもよい。その場合} z' = \frac{U_2 - \mu_U}{\sigma_U} = -z \text{となる})$$

注）得られる z の絶対値は順位和検定でも U 検定でも同じになる。

4-2. 同順位の補正

正規近似を行なう場合は、同順位が発生した場合は 2-2.③のように順位の値を補正するほか、σ_R （$=\sigma_U$）についても補正を行なう必要がある。補正値を σ'_R （$=\sigma'_U$）とすると

$$\sigma'_R = \sigma'_U = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{N(N-1)}\left[\frac{N^3 - N}{12} - \sum_{i=1}^{g}\frac{t_i^{\ 3} - t_i}{12}\right]} \qquad (g \text{ は同順位の組数})$$

である。同順位の補正項 $\sum_{i=1}^{g}\frac{t_i^{\ 3} - t_i}{12}$ がゼロ（同順位がない）ときは、$\sigma'_R = \sigma_R$ となる。

4-3. 例題

2-2.で用いた例題で正規近似を行なってみる（$n_1 = 8$, $n_2 = 10$，$N = 18$, $R = 98$）。。

①標準偏差の同順位補正を行なわない場合

順位和検定の方法で計算を行なう。

$$\mu_R = \frac{n_1(N+1)}{2} = \frac{8(18+1)}{2} = 76, \quad \sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 (N+1)}{12}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10(18+1)}{12}} = 11.255$$

から

$$z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} = \frac{98 - 76}{11.255} = 1.955$$

となる。両側検定での α=0.05 に対する棄却限界値は 1.96 だから、判定は有意でない（帰無仮説 $H_0 : \xi_1 = \xi_2$ を採択；有意差はない)。

注）P 値を計算すると P=0.051 となりわずかに 0.05 より大きい（正規分布の P 値はエクセルの場合 NORMDIST 関数で計算できる；t 分布の P 値の算出には TDIST 関数が使える)。

②同順位補正を行なった場合

同順位は順位 3，4，5 と順位 6，7 の 2 組ある（g=2）。1 組目は同順位の個数が 3 個，2 組目は 2 個なので t_1= 3，t_2= 2。σ'_R を計算するためにまず同順位の補正項を計算すると

$$\sum_{i=1}^{g}\frac{t_i^{\ 3} - t_i}{12} = \frac{(3^3 - 3)}{12} + \frac{(2^3 - 2)}{12} = \frac{30}{12}$$

である。これから

$$\sigma'_R = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{N(N-1)}\left[\frac{N^3 - N}{12} - \sum_{i=1}^{g}\frac{t_i^{\ 3} - t_i}{12}\right]} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10}{18(18-1)}\left[\frac{18^3 - 18}{12} - \frac{30}{12}\right]} = 11.226$$

が得られ、検定値 z は

$$z = \frac{R - \mu_R}{\sigma'_R} = \frac{98 - 76}{11.226} = 1.960$$

となる。補正を行なうとわずかに z が大きくなり、α=0.05 でちょうど棄却限界値と同じ値になって判定は有意となる（帰無仮説 $H_0 : \xi_1 = \xi_2$ を棄却; 有意差がある)。

注）P 値は 0.050 である。ただし、棄却限界値や P 値の微妙な差で明確に有意か有意でないかの差が本当にきっぱりと分かれるわけではないので、実用上は結果の解釈には慎重になるべきである。ただし科学的考察のためには、有意でない結果は有意差がなかったものとして議論を進める必要がある。

引用文献

田中豊・垂水共之 (1999) Windows 版 統計解析ハンドブック ノンパラメトリック法. 164pp, 共立出版，東京.

Zar, J.H. (1999) Biostatistical analysis, 4th ed. 663 pp, Prentice-Hall Inc., Upper Saddle River, NJ.

（補足）1-2'. 「2 つの中央値の差の検定」の原理

1-2'-1. n_1=3, n_2=4 の場合

n_1=3, n_2=4 の場合の例を表−3, 表−4, 図-2 に示す。起こりうる順列の種類は 35 で、順位和 R の範囲は 6〜18 となる。最も発生しにくい $R = 6$ または 18 が起こる確率は（両グループに差がない場合）0.029×2=0.057（小数点の丸め誤差で 0.058 にはならない）で、ほぼ両側検定の α=0.05 に相当する。

すなわち、α=0.05（正確には 0.057）での R の棄却限界値は $R = 6$ および $R = 18$ である。同様に、$\alpha = 0.10$ の場合（正確には α=0.114）の R の棄却限界値は、$R \leqq 7$ および $17 \leqq R$ となる。

表−3. Aグループ(n_1=3), Bグループ(n_2=4) のすべての起こりうる順列

順位	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	[16]	[17]	[18]
1	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	B
2	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	A	A	A
3	A	B	B	B	B	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	A	A	A
4	B	A	B	B	B	A	B	B	B	A	A	A	B	B	B	A	B	B
5	B	B	A	B	B	B	A	B	B	A	B	B	A	A	B	B	A	B
6	B	B	B	A	B	B	B	A	B	B	A	B	A	B	A	B	B	A
7	B	B	B	B	A	B	B	B	A	B	B	A	B	A	A	B	B	B
順位和 R	6	7	8	9	10	8	9	10	11	10	11	12	12	13	14	9	10	11

順位	[19]	[20]	[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]	[31]	[32]	[33]	[34]	[35]
1	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
2	A	A	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
3	A	B	B	B	B	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B	B	B
4	B	A	A	A	B	B	B	A	A	A	B	B	B	A	A	A	B
5	B	A	B	B	A	A	B	A	B	B	A	A	B	A	A	B	A
6	B	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	A	B	A	A
7	A	B	B	A	B	A	A	B	B	A	B	A	A	B	A	A	A
順位和 R	12	11	12	13	13	14	15	12	13	14	14	15	16	15	16	17	18

注）$_7C_3$=35から35種類の順列がある。A, B両グループに差がなかった場合、いずれの順列も起こる確率は等しい(1/35)。

表-4. 順位和Rの発生確率

順位和 R	度数	相対度数（確率）	累積相対度数（累積確率）
6	1	0.029	0.029
7	1	0.029	0.057
8	2	0.057	0.114
9	3	0.086	0.200
10	4	0.114	0.314
11	4	0.114	0.429
12	5	0.143	0.571
13	4	0.114	0.686
14	4	0.114	0.800
15	3	0.086	0.886
16	2	0.057	0.943
17	1	0.029	0.971
18	1	0.029	1.000

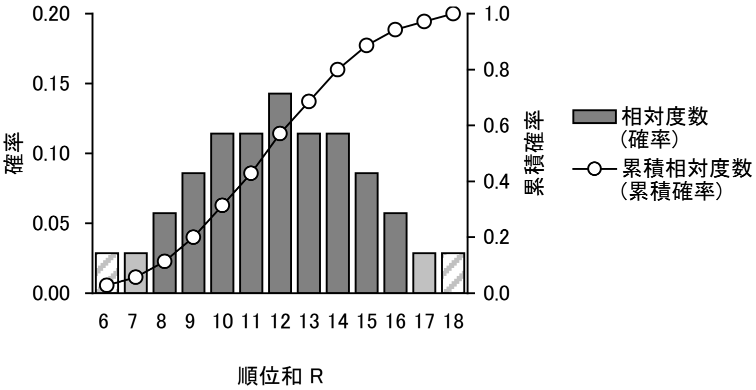


図-2. n_1=2, n_2=4の場合の順位和の確率分布

注）両側検定でR=6またはR=18のときα=0.057 (0.029×2)でA, B両グループの順位に差はないという仮説が棄却できる(順位に有意差がある)。また、R≦7または17≦Rのときα=0.114 (0.057×2)で有意。科書p.299の表VIIIでの「(3, 4)」の値も参照(小数点以下の丸め誤差で0.029が0.028になっている)。

1-2'-2. n_1=1, n_2=1 の場合

数が少ない極端な場合の例として、n_1= 1, n_2 = 1 の場合にも順位和検定を考えることはできる（表-5, 表-6, 図-3)。

表-5. Aグループ(n_1=1), Bグループ(n_2=1) のすべての起こりうる順列

順位	[1]	[2]
1	A	B
2	B	A
順位和 R	1	2

注）$_2C1$=2から2種類の順列がある。A, B両グループに差がなかった場合、いずれの順列も起こる確率は等しい(1/2)。

表-6. 順位和Rの発生確率

順位和 R	度数	相対度数（確率）	累積相対度数（累積確率）
1	1	0.500	0.500
2	1	0.500	1.000

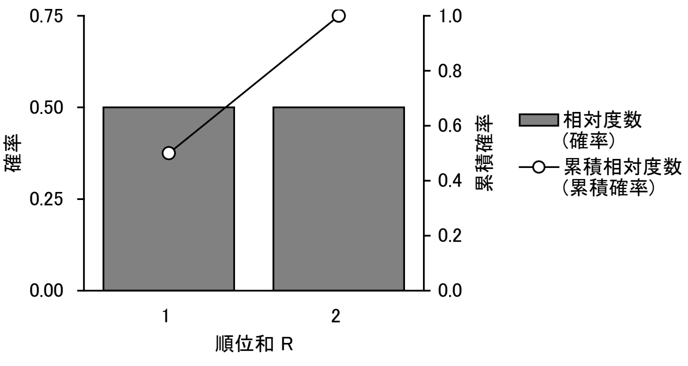


図-3. n_1=1, n_2=1の場合の順位和の確率分布

注）起こりうる場合が2通りしかないので、α=0.50としないと検定はできない。

起こりうる順列は 2 つしかなく、発生確率はいずれも 0.5 である。すなわち、α=0.05 や 0.10 では、両グループに差がないという帰無仮説は棄却できない。つまり 2 人が競争して片方が勝っても、統計学的には勝ったほうが早いとは言えないのである。