

2016 年度 森林統計学 [課題 3] 2 項分布の確率分布

目的: 2 項分布がどのようなものであるか(なりたちと性質)を理解する。

課題 3-1 (7 点): まず 2 項分布に関する教科書の章・節 (第 5 章 1.~2.節; p.93~101) を熟読する。

- ① (1) 1 回の結果が 2 種類しかないような独立試行を各自で設定する。[レポートではどのような独立試行か、どういう考えのもとにその試行に決めたか、などを十分説明すること]

例: じゃんけんの勝ち負け、サイコロで 1 の目が出るか否か、見かけた車のナンバーが県内ナンバーか否か、
天気が雨か否か、買い物をしたときの金額の端数 1 円の桁が 0 か否か、など。想定される独立試行の成功確率は $1/2$ でなくても全く構わない。むしろ $1/2$ とは異なる方が興味深い結果が得られる。

- (2) 独立試行の成功確率 p を、19 回以上の試行を繰り返す実験を行なって決定する ($p =$ 成功回数 / 試行回数 $[\geq 19]$; 小数点以下 3 桁に丸める)。試行の結果は表にする。[実験過程を説明]

※ 試行回数は、ある程度信頼性のある平均値を求めるためにはおよそ 30 回以上のデータが必要であるという経験則によると、本当は 30 回以上がよい。19 回と中途半端な回数にしているのは、分母を素数とすることで、きりのよい計算結果でなくするため (課題なのであえてそのようにしている)。

- ② $n=5$ として、①で得た p を用いて、成功回数 x の理論分布 (2 項分布) と経験分布を求める。[計算と実験の過程を、第三者がわかるように、丁寧説明すること]

※例えば「じゃんけんの勝ち負け」ならば 5 回のじゃんけんで勝つ回数が x である (「サイコロの 1 の目」なら同時にサイコロを 5 個振って 1 の目が出た数が x)。知りたいのは x で、1 回の独立試行の確率 p がわかっているならば x の発生確率 $P\{x\}$ は 2 項分布の理論から事前を知ることができる。まずこれを理論分布として求める。そして実際にどのような結果が得られるかの実験を行ないその結果から経験分布を作成し、理論分布 (推定値) の検証をする。

- (1) 理論分布: 2 項変数 $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ のそれぞれに対する確率 $P\{x\}$ を求める (教科書 p.97 公式(1); 2 項係数の算出は p.293 の付表 II を用いてよい)。平均 μ と標準偏差 σ を、教科書 p.100~101, 表 4, 表 5 の形式で算出する (数値は分数でなく小数点付きの値で表現する方が好ましい; 教科書 p.101 の(2)式を用いて μ と σ の検算を行なう)。

※理論分布は母集団とみなされるので、平均と標準偏差には母平均と母標準偏差の記号 (μ, σ) を用いる

- (2) 経験分布: 31 回以上の試行 (実験) を行い、その結果から度数分布と相対度数分布を求め、この相対度数分布が、実験結果による経験分布 $P'\{x\}$ となる。経験分布についても平均 \bar{x} と標準偏差 s を算出する。

※「じゃんけんの勝ち負け」ならば 5 回のじゃんけんで勝つ回数が x で、これが一組の試行となる。「5 回のじゃんけんで買った回数」を 30 個以上得るために、「5 回のじゃんけん」を 31 回以上行なう。

- ③ 理論分布と経験分布の比較

- (1) 理論分布と経験分布を図にする。

- (2) (1)を参考にして、理論分布と経験分布の相違について考察する (相違の有無・あるとしたらどの程度か・考えられる原因は何か、等)。

課題 3-2 (3 点):

- ④ (1) n が 5 より大きい場合 (例えば $n = 10$) と小さい場合 (例えば $n = 2$) の理論分布を作成 (p には①で得た値を用いる) し、 $n = 5$ の理論分布との違いを比較考察する (n の大小でどのように変わるか、を見る)。(2) ②の理論分布と経験分布、および④の(1)で求めた理論分布のそれぞれについて、確率変数が平均値 \pm 標準偏差、平均値 \pm (標準偏差 $\times 2$) の範囲に入る確率を求め、課題 2 で求めた例も引用して、結果を比較考察する。

注) 今回の課題は提出期限を翌々週(5月30日)とする。課題 1,2 の未提出分がある場合はなるべく早く、遅くとも翌週(5月24日)までに提出すること(遅れの程度に応じて減点する)。

自習を薦める教科書の問題 (第 5 章 1~2 節 p.117~p.118)

- ・ 2 項分布について: 6., 9. [2 項分布を算出する練習問題]
- ・ 独立試行について: 10., 11. [独立試行に対する理解を深める問題]
- ・ 2 項分布の平均値と標準偏差: 14., 15. [教科書 p.101 の(2)式の根拠を学ぶ]